
ANALYSIS OF STUDENTS' MATHEMATICAL CONCEPTUAL UNDERSTANDING ON THE TOPIC OF COMMON TANGENTS OF CIRCLES BASED ON PIRIE-KIEREN THEORY IN VIEW OF STUDENTS' INITIAL ABILITIES

ANALISIS PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIS SISWA PADA MATERI GARIS SINGGUNG LINGKARAN BERDASARKAN TEORI PIRIE-KIEREN DITINJAU DARI KEMAMPUAN AWAL SISWA

Nurul Hidayah, Rizky Esti Utami, Yayuk Sri Wahyuningsih
Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Semarang
Email : nurulhidayahkudus4@gmail.com

Submitted: (7 April 2024); Accepted: (29 Mei 2024);
Published: (31 Mei 2024)

Abstract. *This study aims to determine students' abilities in understanding mathematical concepts when solving mathematics problems on the topic of common tangents of circles, as viewed through Pirie and Kieren's Theory. This research is a qualitative descriptive study. The subjects of this research are 36 students of class XI.6 at SMA N 2 Semarang, with three students selected from each category of low, medium, and high abilities. The data collection technique used was a test. Subjects were analyzed based on indicators from Pirie and Kieren, namely Primitive knowing, Image making, Image having, Property noticing, Formalizing, Observing, Structuring, and Inventising. The study results show that students with low conceptual understanding abilities only met the indicators of restating concepts and classifying objects according to their properties, thus, they remain at the Image Having layer. Students with medium conceptual understanding abilities have reached the indicators of using, utilizing, and selecting specific operational procedures, thus, they remain at the Observing layer. Meanwhile, students with high conceptual understanding abilities have met all the indicators of conceptual understanding abilities but are still at the Structuring layer.*

Keywords : *Common tangent of circles, Mathematical conceptual understanding, Pirie and Kieren's Theory*

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan siswa dalam memahami konsep matematika dalam menyelesaikan soal matematika pada materi garis singgung lingkaran ditinjau dari Teori Pirie dan Kieren. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian ini adalah 36 siswa kelas XI.6 SMA N 2 Semarang yang diambil 3 siswa dari kategori rendah, sedang, dan tinggi. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah tes. Subjek dianalisis berdasarkan indikator dari Pirie dan Kieren, yaitu Primitive knowing, Image making, Image having, Property noticing, Formalizing, Observing, Structuring, Inventising. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan pemahaman konseptual rendah hanya memenuhi indikator menyatakan ulang konsep dan mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifatnya, sehingga siswa tersebut masih berada pada lapisan Image Having. Siswa dengan pemahaman konseptual sedang telah mencapai indikator menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur operasi tertentu, sehingga siswa tersebut masih berada pada lapisan Observing. Sedangkan siswa dengan kemampuan pemahaman konseptual tinggi telah memenuhi semua indikator-indikator kemampuan pemahaman konseptual, hanya siswa yang berada pada lapisan Structuring.

Kata Kunci : Garis singgung persekutuan lingkaran, Pemahaman konsep matematis, Teori Pirie dan Kieren

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu pengetahuan penting karena matematika membantu meningkatkan kualitas pendidikan dengan melatih kemampuan berpikir serta

pemecahan problematika siswa, terutama pada kehidupan sehari-hari (Khasanah et al., 2020). Menurut Ristiani & Maryati (2022) matematika dipelajari di semua tingkat pengajaran, karena hal ini memainkan peranan penting.

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang berperan penting dalam upaya mendominasi sains dan inovasi, khususnya pada proses pembelajaran (Siagian, 2016). Matematika membekali siswa untuk berpikir secara logis, sistematis, kritis, kreatif, dan bekerja pada kapasitas kerjasama siswa. (Lestari & Luritawaty, 2021). Matematika esensial untuk siswa karena merupakan ilmu yang sangat dibutuhkan.

Pemahaman konsep matematika adalah kemampuan memahami hubungan antar konsep, memanfaatkan konsep dan perhitungan dengan efisien dalam pemecahan masalah, serta mengaplikasikannya dalam situasi dunia nyata. Ini penting pada matematika karena membantu siswa berpikir kritis, menyelesaikan masalah, serta mempersiapkan diri untuk menghadapi kesulitan di masa depan (Suhartini & Nufus, 2021). Kemampuan pemahaman konsep matematika merupakan komponen penting dalam pengetahuan (Arcat, 2017). Dalam matematika guna memahami materi sebelumnya, diperlukan kemampuan pemahaman konsep matematika sehingga dapat langsung memahami materi yang disampaikan (Brinus et al., 2019). Sejalan dengan hal ini, Wicaksono et al., (2023) menyatakan bahwa dalam matematika, siswa perlu memahami konsep secara mendalam karena hal ini memungkinkan siswa mengembangkan proses berpikir matematis secara efektif dan mengeksplorasi konsep-konsep matematika yang lebih kompleks, sehingga siswa dapat mengembangkan ilmu matematika dengan lebih baik dan mendalam. Siswa yang memiliki pemahaman konseptual yang kuat bisa menguraikan konsep yang dipelajarinya, dan menerapkan pengetahuan yang sama untuk memecahkan masalah terkait (Annajmi, 2016).

Suryani & Mulyani (2019) menyebutkan bahwa pemahaman konsep merupakan kemampuan siswa dalam menguasai materi terkait, siswa dapat memahami suatu objek setelah menyerap objek tersebut serta dapat mengungkapkan kembali objek tersebut dalam satu struktur yang lebih dapat dibenarkan, memberikan interpretasi data dan dapat

mengklasifikasikan gagasan berdasarkan konstruksi kognitifnya.

Siswa dapat memperoleh manfaat yang besar dari pemahaman konsep matematika (Nur Saifanah & Sylviana Zanthi, 2020). Kemampuan memahami konsep merupakan aspek krusial dalam proses pembelajaran, yang memungkinkan siswa memecahkan masalah dengan baik dan mempermudah pembelajaran selanjutnya (Wulan et al., 2021). Demikian juga menurut Annizar & Zahro (2020) menerapkan konsep dan memecahkan masalah sebelumnya dapat membantu menemukan solusi yang benar.

Siswa yang memiliki pemahaman konsep yang baik akan lebih mudah mengembangkan kemampuannya dalam mengatasi berbagai masalah yang siswa hadapi. Oleh karena itu, kemampuan pemahaman konsep dalam pembelajaran matematika sangat penting bagi siswa.

Salah satu materi pelajaran matematika adalah garis singgung lingkaran. Materi garis singgung lingkaran sering dianggap sulit karena kurangnya pemahaman konsep mendasar. Guna mengurangi kesalahan pemahaman siswa terhadap materi tersebut, penting untuk mempertimbangkan kemampuan dan pengetahuan siswa saat memberikan materi. Selain itu, pemahaman konsep juga perlu ditekankan dalam proses pembelajaran garis singgung lingkaran (Feripadli et al., 2021).

Berdasarkan pengamatan kemampuan pemahaman konsep yang dilaksanakan di SMA N 2 Semarang, ditemukan pemahaman konsep pada materi garis singgung lingkaran di kelas XI 6 masih dianggap rendah. Hal ini ditinjau dari kemampuan awal siswa. Apabila siswa belum memiliki pemahaman yang cukup tentang konsep tertentu, mereka cenderung melakukan kesalahan dalam menerapkan konsep tersebut (Astriani, 2017). Untuk menganalisis pemahaman konsep siswa kelas XI 6 dalam menyelesaikan masalah garis singgung lingkaran, dilaksanakan analisis menggunakan teori Pirie-Kieren terhadap kemampuan pemahaman konsep siswa kelas XI 6.

Faktor yang memengaruhi kemampuan

pemahaman konsep adalah kemampuan awal siswa. Kemampuan awal siswa meliputi pengetahuan, keterampilan, dan kemampuan yang telah dimiliki siswa saat ini sebelum mempelajari pembelajaran baru. Menurut Lestari & Luritawaty (2021), kemampuan awal peserta didik mencakup hal-hal yang telah dikuasai siswa sebelum mengikuti pembelajaran. Kemampuan mendasar ini sangat penting untuk mengikuti pembelajaran materi selanjutnya. Kemampuan siswa pada dasarnya mempengaruhi seberapa cepat atau lambat siswa dapat memahami materi pembelajaran. Siswa yang memiliki kemampuan awal yang tinggi cenderung tidak mengalami kesulitan dalam memahami topik, sedangkan siswa yang memiliki kemampuan awal yang rendah akan menghadapi berbagai tantangan yang kemudian dapat berdampak pada rendahnya kemampuan siswa dalam menangkap ide. Penelitian yang mempunyai kaitan dengan pemahaman konsep, seperti yang dilakukan oleh Suidayati et al. (2019) menunjukkan siswa yang mempunyai kemampuan pemahaman klasifikasi tinggi mampu mencapai seluruh tahap pemahaman pada teori Pirie-Kieren.

Teori Pirie-Kieren adalah teori yang membahas tentang tingkat pemahaman individu dalam pembelajaran. (Sidik & Sudiana, 2023). Pirie-Kieren menggambarkan pada proses pemahaman ada berbagai tingkatan diantaranya, “1) *Primitive Knowing*, 2) *Image Making*, 3) *Image Having*, 4) *Property Noticing*, 5) *Formalizing*, 6) *Observing*, 7) *Structuring*, dan 8) *Inventing*” (Utami et al., 2021). Keunggulan teori Pirie-Kieren adalah memiliki delapan tingkatan pemahaman, selanjutnya, keunggulan lain dari teori ini adalah adanya unsur-unsur yang membentuk setiap tingkatan serta adanya proses kembali ke tahap sebelumnya (*folding back*). (Sugito & Aini, 2020). Hal ini menunjukkan bahwa ada *folding back* yang berhasil memperluas pengetahuan, dan sebaliknya ada *folding back* yang tidak efektif memperluas pemahaman subjek. Pergerakan ini mencakup perpindahan secara terbalik dari lapisan pemahaman yang lebih luas ke lapisan pemahaman yang lebih

mendalam, lalu dapat mengalami kemajuan kembali ke lapisan yang lebih luas, dan dapat digambarkan sebagai lintasan *folding back*. Maka dari itu pada penelitian ini menggunakan indikator pemahaman konsep yang mengacu pada Pirie-Kieren untuk menganalisis pemahaman konsep siswa pada materi garis singgung lingkaran.

Korelasi indikator kemampuan pemahaman konsep dengan Teori Pirie-Kieren meliputi pengetahuan sederhana, membuat gambaran, memiliki gambaran, memperhatikan sifat, memformalkan, mengamati, penataan, dan penemuan. Melalui indikator tersebut dapat digunakan untuk menganalisis pemahaman konsep pada materi garis singgung lingkaran pada siswa kelas XI 6.

Berdasarkan uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika merupakan keterampilan matematika yang penting bagi siswa dalam kehidupan sehari-hari ataupun untuk mempelajari materi pelajaran di sekolah. Hal ini menarik perhatian untuk menganalisis kemampuan pemahaman konsep matematis ditinjau dari kemampuan awal peserta didik yang dapat digolongkan pada kemampuan pemahaman kategori rendah, pemahaman sedang, atau pemahaman tinggi. Oleh karena itu, penelitian ini mempunyai tujuan untuk memahami kemampuan pemahaman konsep matematis siswa dalam menyelesaikan soal matematika yang mempunyai kaitan dengan materi garis singgung lingkaran, dengan mengacu pada teori Pirie-Kieren ditinjau dari kemampuan awal siswa.

METODE

Penelitian ini menerapkan penelitian kualitatif. Pengumpulan data dilaksanakan selama semester ganjil tahun pelajaran 2023/2024. Subjek penelitian terdiri dari 36 siswa kelas XI 6 di SMA N 2 Semarang. Materi yang dipakai pada penelitian ini adalah garis singgung lingkaran dengan menggunakan metode observasi dan wawancara. Data kualitatif yang diperoleh akan diuraikan secara rinci dan jelas untuk memperoleh pemahaman

proses kemampuan pemahaman siswa dalam menyelesaikan masalah garis singgung lingkaran, dengan mengacu pada delapan tahap pemahaman pada teori Pirie-Kieren. Tahapan tersebut dapat dilihat pada Tabel 1 berikut (Sugito & Aini, 2020).

Tabel 1. Lapisan Pertumbuhan Pemahaman Teori Pirie-Kieren

No	Pemahaman	Menurut Pirie-Kieren
1	<i>Primitive knowing</i> (Pengetahuan sederhana)	Pada tahap ini mencakup upaya awal untuk memahami definisi lain dengan menghubungkan informasi masa lalu ke tingkat pemahaman yang lebih tinggi melalui aktivitas termasuk pemanfaatan atau pertunjukan definisi tersebut.
2	<i>Image making</i> (Membuat gambaran)	Seseorang yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya serta mengaplikasikannya pada konteks yang terbaru.
3	<i>Image having</i> (Memiliki gambaran)	Individu yang mempunyai pemahaman tentang topik serta membentuk representasi mental tentang topik tersebut tanpa melakukan contoh konkret.
4	<i>Property noticing</i> (Memperhatikan sifat)	Individu yang dapat mengintegrasikan bagian yang berbeda dari suatu tema untuk membentuk kualitas yang penting dan dimaksudkan untuk suatu subjek.
5	<i>Formalising</i> (Memformalkan)	Seseorang yang menyampaikan refleksi ide matematika berdasarkan kualitas yang muncul dari suatu konsep.

6	<i>Observing</i> (Mengamati)	Seseorang yang mengoordinasikan latihan formal pada tingkat formalisasi dengan tujuan agar dapat diterapkan pada isu-isu terkait yang dihadapinya.
7	<i>Structuring</i> (Penataan)	Seseorang dapat menghubungkan hubungan antara satu hipotesis dengan hipotesis lainnya dan dapat mendemonstrasikannya berdasarkan argumen yang sah
8	<i>Inventising</i> (Penemuan)	Seseorang mempunyai pemahaman yang terorganisir secara menyeluruh dan dapat menghasilkan pertanyaan-pertanyaan baru yang dapat dibentuk menjadi ide kreatif.

Menurut Sugiyono (2020) penelitian kualitatif cenderung fokus pada penjelasan dan deskripsi yang mendetail karena menggunakan data berupa kata atau gambar. Hal ini membuat kualitatif lebih menekankan pada uraian dan deskripsi yang mendalam. Menurut Sudijono (2010) kemampuan matematika individu dapat dikelompokkan pada tiga tingkat, yakni rendah, sedang, serta tinggi, sehingga dapat mempermudah dalam mengevaluasi seberapa baik pemahaman siswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika. Oleh karena itu, para peneliti memilih subjek penelitian dengan mempertimbangkan tingkat kemampuan awal. Subjek yang memiliki kemampuan awal rendah dikategorikan kriteria pemahaman konsep rendah, subjek yang memiliki kemampuan awal sedang dikategorikan kriteria pemahaman konsep sedang, dan subjek yang memiliki kemampuan awal tinggi dikategorikan kriteria pemahaman konsep tinggi. Penentuan kelas siswa dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Kriteria Kemampuan Pemahaman Awal

Skor	Kategori
$X \leq 65$	Rendah
$65 < X \leq 80$	Sedang
$80 < X \leq 100$	Tinggi

Pengumpulan data dalam penelitian ini menggunakan tes tertulis dan wawancara. Perolehan tes tertulis dinilai serta dievaluasi guna menentukan subjek penelitian yang sesuai dengan kategori kemampuan pemahaman konsep. Hasil tes digunakan untuk mengklasifikasikan subjek penelitian ke dalam kategori kemampuan pemahaman konsep, khususnya kategori pemahaman konsep tinggi, kategori pemahaman konsep sedang, kategori pemahaman konsep rendah. Setelah subjek dipilih, analisis dilakukan setelah pelaksanaan tes dan wawancara kepada subjek. Karena pentingnya hubungan antara hasil tes dan jawaban subjek untuk memahami kemajuan kemampuan pemahaman konsep subjek.

Perolehan analisis direpresentasikan sebagai gambaran kalimat untuk menguraikan kemampuan pemahaman konsep subjek dan menjaga keabsahan temuan dengan menggunakan triangulasi teknik. Menurut Sugiyono (2020) triangulasi teknik adalah metode yang bermanfaat untuk memeriksa keabsahan informasi dengan mengkonfirmasi data yang diperoleh dari sumber yang sama namun dengan strategi yang berbeda.

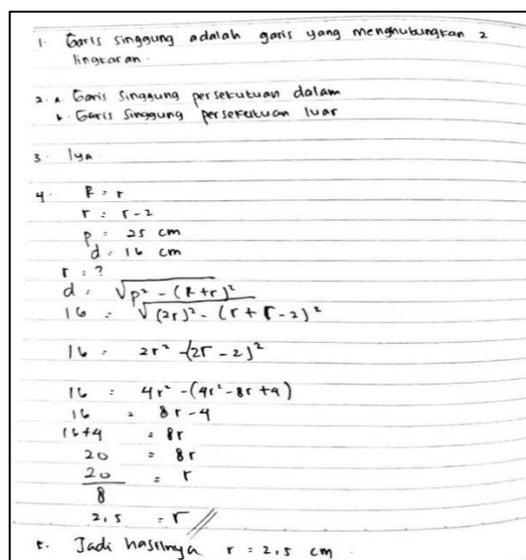
HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil tes kemampuan pemahaman siswa pada materi garis singgung lingkaran atas dasar teori Pirie-Kieren, tiga subjek diberi kode:

1. SK7 : Subjek berkemampuan pemahaman konsep yang rendah
2. SK10 : Subjek berkemampuan pemahaman konsep yang sedang
3. SK16 : Subjek berkemampuan pemahaman konsep yang tinggi

Tabel 3. Analisis Pemahaman Konsep Siswa Dilihat dari Hasil Tes Tertulis

No	Teori Pirie-Kieren	Subjek Kategori Pemahaman Konsep		
		Tinggi (SK7)	Sedang (SK10)	Rendah (SK16)
1	<i>Primitive knowing</i> (Pengetahuan sederhana)	Tercapai	Tercapai	Tercapai
2	<i>Image making</i> (Membuat gambaran)	Tercapai	Tercapai	Tercapai
3	<i>Image having</i> (Memiliki gambaran)	Tercapai	Tercapai	Tercapai
4	<i>Property noticing</i> (Memperhatikan sifat)	Belum Tercapai	Tercapai	Tercapai
5	<i>Formalizing</i> (Memformalkan)	Belum Tercapai	Tercapai	Tercapai
6	<i>Observing</i> (Mengamati)	Belum Tercapai	Tercapai	Tercapai
7	<i>Structuring</i> (Penataan)	Belum Tercapai	Tercapai (<i>folding back</i>)	Tercapai
8	<i>Inventising</i> (Penemuan)	Belum Tercapai	Belum Tercapai	Tercapai (<i>folding back</i>)

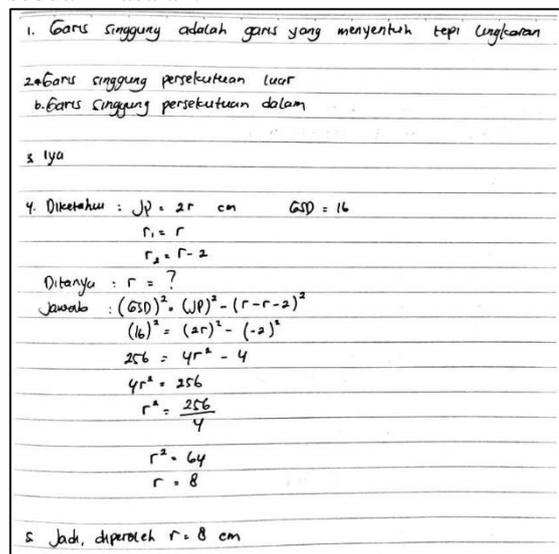


Gambar 1. Lembar Jawab Siswa SK7

Berdasarkan dari tanggapan subjek dengan kemampuan pemahaman konsep yang rendah, khususnya subjek SK7, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek SK7 hanya mampu memenuhi beberapa indikator spesifik terkait dengan mereformulasi konsep dan mengelompokkan objek-objek berdasarkan karakteristik yang sesuai konsep. Kemampuan untuk memahami konsep ini sesuai dengan hipotesis Pirie-Kieren, mengidentifikasi SK7 hanya mencapai tingkat *Image Having*. Mulai dari tingkat *Primitive Knowing* dimana SK7 mampu menyatakan ulang konsep seperti garis singgung lingkaran sesuai dengan soal yang diberi, lalu melanjutkan ke tingkat *Image Making* dimana subjek bisa membentuk gambaran, serta akhirnya mencapai tingkat *Image Having* dimana subjek memiliki pemahaman konsep yang lebih dalam. SK7 dapat mengklasifikasikan objek berdasarkan sifat-sifat garis singgung lingkaran, tetapi masih mengalami kesulitan dalam pemahaman yang mendalam tentang konsep tersebut.

SK7 juga tidak mengalami *folding back*, yaitu kemampuan untuk merujuk kembali pada pemahaman yang lebih mendasar saat menyelesaikan masalah, bahkan jika hasil jawaban SK7 tidak sepenuhnya tepat. Meskipun SK7 mengakui bahwa mereka belum sepenuhnya memahami masalah garis singgung lingkaran, SK7 tetap berusaha untuk menyelesaikan soal tes dengan kemampuan yang dimiliki. Penegasan ini diperkuat dengan hasil pertemuan dengan SK7 “saya masih kurang paham bu dengan permasalahan garis singgung bu”. Ini bisa diambil simpulan siswa belum bisa mengerti konsep yang mendasari pemahaman materi garis singgung lingkaran dengan baik. Sependapat dengan studi yang dilaksanakan Magdalena et al. (2018) bahwa bahwa kesalahan dalam mengerjakan soal garis singgung lingkaran bisa disebabkan oleh pemahaman konsep yang belum sepenuhnya terbentuk. Hal ini mengindikasikan bahwa siswa mungkin kesulitan menemukan solusi yang tepat ketika mereka tidak memiliki pemahaman yang memadai terhadap konsep yang diajarkan. Siswa kesulitan dalam

menerapkan pemahaman konsep materi garis singgung lingkaran dalam menyelesaikan sebuah masalah.

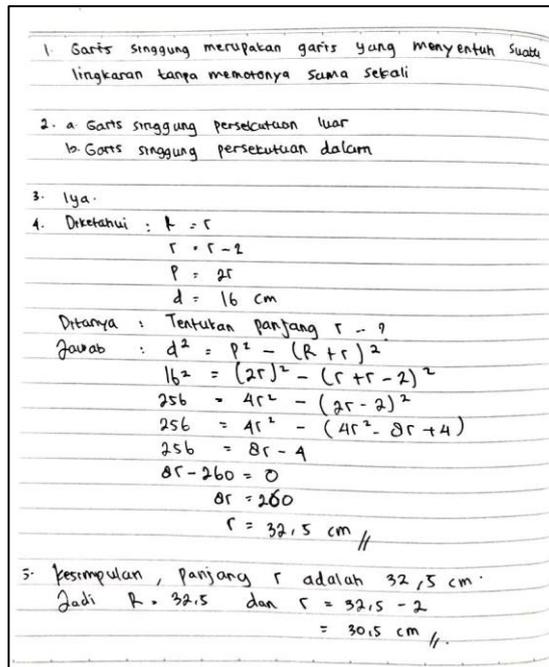


Gambar 2. Lembar Jawab Siswa SK10

Berdasarkan perolehan jawaban subjek dengan kemampuan konsep sedang SK10 telah mencapai kemampuan untuk memenuhi pemahaman. Ini termasuk kemampuan untuk mengulangi ide-ide, mengelompokkan objek-objek berdasarkan kualitas-kualitas yang berkaitan dengan sifat-sifat yang sebanding dengan ide tersebut, memberikan model dan non-contoh dari ide tersebut, dan menyajikan ide tersebut sebagai gambaran matematis. Selain itu, subjek SK10 juga mampu menggunakan, memilih indikator-indikator ini mencakup materi dari soal nomor 1 hingga 4, yang melibatkan berbagai aspek seperti mengulangi konsep, mengurutkan objek berdasarkan sifat-sifatnya, memberikan model dan non-contoh dari konsep, memperkenalkan konsep secara matematis, dan menerapkan strategi kerja yang dapat diterapkan.

Berdasarkan analisis yang dilakukan dengan mengacu pada teori Pirie-Kieren, dapat diketahui bahwa SK10 berada pada tingkat kemampuan pemahaman konsep yang disebut sebagai *Structuring*, yang mencakup pengamatan dan perbaikan kesalahan dengan mempertimbangkan konsep yang ada.

Pemahaman konsep SK10 ini dimulai dari tingkat *Primitive Knowing*, dimana SK10 sudah bisa menyebutkan ulang konsep garis singgung lingkaran yang diberi. Lalu, SK10 maju menuju tingkat *Image Making* dimana mereka dapat membuat gambaran tentang konsep tersebut, dan kemudian mencapai tingkat *Image Having* dimana mereka memiliki pemahaman yang lebih mendalam. SK10 juga dapat mengklasifikasikan objek berdasarkan unsur-unsur garis singgung lingkaran, yang merupakan bagian dari lapisan *Property Noticing*. Mereka juga mampu menjelaskan contoh-contoh seperti garis singgung persekutuan dalam dan luar secara benar, yang merupakan bagian dari kemampuan *Formalizing* dan *Observing*. Selain itu, SK10 juga mampu mengidentifikasi, memperbaiki kesalahan dengan berfokus pada ide terkait, yang menunjukkan bahwa mereka sudah mencapai tingkat *Structuring*. Meskipun demikian, SK10 mengalami *folding back* ke lapisan *Property Noticing*, dimana mereka masih memiliki kesulitan dalam melakukan perhitungan yang tepat meskipun prosedur yang mereka pilih sudah benar. Ini didukung perolehan wawancara yang memperlihatkan bahwa SK10 perlu meningkatkan keakuratannya pada perhitungan. SK10 menyebutkan “Saya bingung bagaimana cara memastikannya untuk sistem yang digunakan saya mengikuti di buku bu”. Dapat disimpulkan bahwa SK10 belum mencapai tingkat kemampuan pemahaman konsep yang disebut sebagai *Structuring*. Sama seperti studi yang dilaksanakan Faisal & Subaidi (2023), siswa masih mengalami kebingungan untuk mengenali dan menerapkan konsep yang relevan dalam menangani permasalahan yang berkaitan dengan penyimpangan terhadap lingkaran normal internal dan eksternal. Siswa dengan kapasitas sedang masih bingung dalam merencanakan untuk mendapatkan solusi dengan menghubungkan berbagai konsep dan teori yang terkait.



Gambar 3. Lembar Jawab Siswa SK16

Berdasarkan hasil jawaban tersebut, bisa diambil simpulan SK16 berhasil memenuhi semua indikator yang diberikan terkait dengan kemampuan pemahaman konsep. Indikator ini dibahas dalam pertanyaan nomor 1 sampai 5, yang mencakup kemampuan mengulangi konsep, mengurutkan objek berdasarkan sifat-sifat yang berkaitan dengan konsep, memberikan model dan non-contoh dari konsep, menyajikan konsep sebagai gambaran matematis, menggunakan, memanfaatkan, dan memilih operasi yang sesuai. Berdasarkan teori Pirie-Kieren, hasil analisis menunjukkan bahwa SK16 mencapai tingkat *Structuring*, yang merupakan tingkat tertinggi dalam pemahaman konsep menurut teori. Di tingkat ini, SK16 dapat mengembangkan keadaan mendasar atau memadai bagi suatu gagasan, serta mempunyai pilihan untuk menerapkan gagasan tersebut atau perhitungan berpikir kritis dengan baik. Dengan demikian, SK16 telah menunjukkan Kapasitas fenomenal untuk memahami dan menerapkan konsep - konsep matematika.

SK16 dimulai dari tingkat *Primitive Knowing* dimana SK16 mampu menyatakan ulang konsep garis singgung lingkaran berdasarkan soal yang diberikan. Selanjutnya, mereka berkembang ke tingkat *Image Making* dimana SK16 dapat membentuk gambaran tentang konsep tersebut, dan kemudian mencapai tingkat *Image Having* dimana SK16 memiliki pemahaman yang lebih mendalam. SK16 juga mampu mengklasifikasikan objek berdasarkan sifat-sifat yang terkait dengan garis singgung lingkaran. Bergerak ke tingkat *Property Noticing*, SK16 mampu menjelaskan contoh-contoh seperti garis singgung persekutuan dalam dan luar dengan baik. Namun, Pertemuan SK16 cepat atau lambat akan kembali ke tingkat Mengetahui Kasar, kemudian, pada saat itu, berpindah ke tingkat Formalisasi dan Memperhatikan dimana SK16 dapat melihat dan mengatasi kesalahan dengan memikirkan idenya. Meskipun demikian, SK16 berhenti pada tingkat *Structuring* dan tidak mencapai tingkat terluar yang disebut *Inventing*. Ini terbukti atas perolehan wawancara dengan SK16, dimana mereka mengungkapkan bahwa mereka belum dapat membuat soal karena masih ada aspek yang belum mereka kuasai. Oleh karena itu, SK16 belum mampu menemukan konsep-konsep baru yang sebelumnya belum diketahui, sesuai dengan lapisan *Inventing*. Melihat subjek yang mengalami *folding back* serta memeriksa kembali jawaban siswa dengan apa yang ditanyakan oleh karena itu subjek mengalami *folding back*. Sependapat dengan penelitian yang dilakukan oleh Faseha et al. (2021) menunjukkan siswa dengan pemahaman konsep tingkat tinggi seringkali dalam penyelesaiannya memeriksa kembali jawaban dengan mencocokkan dari yang telah ditemukan dengan apa yang ditanyakan.

SIMPULAN

Penelitian ini terdiri atas tiga kelompok subjek yang dibagi berdasarkan kemampuan pemahaman konsep, yakni kategori pemahaman konsep yang rendah, pemahaman konsep yang sedang, dan pemahaman konsep

yang tinggi. Hasil penelitian menunjukkan subjek dengan kemampuan kalkulasi rendah untuk memahami klasifikasi, baru sampai pada level *Image Having*. Artinya, mereka mampu mengenali konsep dan mengulang materi, tetapi belum dapat mengaplikasikannya secara mendalam atau memahami hubungan antar konsep dengan baik. Namun, subjek dengan kategori rendah tidak mengalami *folding back*, yang berarti meskipun siswa berada pada tingkat pemahaman yang rendah, siswa tetap stabil pada tingkat tersebut tanpa mengalami kemunduran dalam kemampuan pemahaman konsep pada tingkat kemampuan yang dicapai. Hal ini menyebabkan subjek hanya mampu memenuhi beberapa indikator spesifik, seperti mengulang gagasan dan mengelompokkan benda-benda berdasarkan sifat-sifat yang berhubungan dengan gagasan tersebut, khususnya yang berkaitan dengan penemuan gagasan tentang garis singgung persekutuan lingkaran.

Siswa dengan kategori pemahaman konsep sedang telah mencapai tingkat *Observing* dalam pembelajaran matematika. Siswa mampu mengenali konsep, mengklasifikasikan objek berdasarkan ide yang diteliti, memberikan model dan non-contoh dari ide tersebut, serta memperkenalkan ide tersebut sebagai gambaran matematis. Namun saat mencoba untuk maju ke tingkat *Structuring*, siswa mengalami *folding back* kembali ke tingkat *Primitive Knowing*. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman siswa mungkin terbatas dalam membangun desain rasional yang lebih rumit atau menghubungkan berbagai ide dari atas ke bawah. Oleh karena itu, siswa dengan kapasitas pemahaman ide sedang dapat memenuhi beberapa petunjuk, misalnya mengulangi ide, mengelompokkan objek berdasarkan sifat-sifat yang sesuai dengan ide, memberikan model dan non-contoh dari ide, memperkenalkan ide sebagai representasi matematis, dan memanfaatkan, menggunakan, serta memilih teknik kerja tertentu dengan memperhatikan pemahaman yang diperhitungkan tentang garis singgung lingkaran.

Siswa dengan pemahaman konsep kategori tinggi telah mencapai tingkat *Structuring* dalam pembelajaran matematika. Siswa mampu membangun struktur konsep yang kompleks dan mengaitkan konsep berbeda dengan baik. Namun belum dapat mencapai tingkat *Inventising* yang menunjukkan bahwa masih ada ruang untuk peningkatan dalam kemampuan pemahaman konsep. Siswa mengalami *folding back* pada tingkat *Primitive Knowing*. Kemampuan memahami gagasan pada klasifikasi tinggi dimulai dari tingkat *Primitive Knowing* yang merupakan pemahaman konsep yang mendasar. kemudian berlanjut ke tingkat *Image Making* dimana mereka mulai membentuk gambaran mental tentang konsep-konsep matematika. Selanjutnya, siswa mencapai tingkat *Image Having*, dimana mereka dapat memanfaatkan konsep dan algoritma dengan baik dalam pemecahan masalah. Pada tingkat *Property Noticing*, siswa mulai mengidentifikasi sifat-sifat khusus yang terkait dengan konsep. Namun demikian, pada tingkat *Property Noticing*, serta pada tingkat *Observing* dan *Structuring* yang lebih tinggi, siswa juga mengalami *folding back* kembali ke tingkat *Primitive Knowing*. Di tingkat terluar, *Inventising*, siswa mengalami *folding back* lagi ke tingkat *Primitive Knowing*. Hal ini menunjukkan bahwa meskipun siswa mencapai tingkat yang lebih tinggi dalam pemahaman konsep, ada situasi dimana siswa dapat mengalami kesulitan dan kembali ke pemahaman yang lebih dasar. Proses *folding back* ini sebenarnya dapat membantu memperluas pengetahuan dan pemahaman siswa ketika mereka dihadapkan pada masalah atau situasi yang kompleks.

DAFTAR PUSTAKA

- Annajmi. (2016). Peningkatan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMP Melalui Metode Penemuan Terbimbing Berbantuan Software Geogebra. *MES (Journal of Mathematics Education and Science)*, 5(1), 1689–1699.
- Annizar, A. M., & Zahro, F. S. (2020). Proses Berpikir Metafora dalam Menyelesaikan Masalah Matematis Soal HOTS Berdasarkan Kemampuan Kognitif Siswa. *Jurnal Tadris Matematika*, 3(2), 117–130. <https://doi.org/10.21274/jtm.2020.3.2.117-130>
- Arcat. (2017). Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Teknik Write-Pair-Squar Terhadap Kemampuan Pemahaman. *Supremum Journal of Mathematics Education (SJME)*, 1(1), 1–6.
- Astriani, L. (2017). Pengaruh Pembelajaran Reciprocal Teaching Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Awal Matematika Siswa. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 3(1), 77. <https://doi.org/10.24853/fbc.3.1.77-85>
- Brinus, K. S. W., Makur, A. P., & Nendi, F. (2019). Pengaruh Model Pembelajaran Kontekstual terhadap Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMP. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(2), 261–272. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v8i2.439>
- Faisol, & Subaidi, A. (2023). Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Garis Singgung Lingkaran. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 49–56. <https://doi.org/10.31980/plusminus.v3i1.2106>
- Faseha, H., Evendi, E., & Nugraha, Y. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Memecahkan Masalah Perbandingan Berdasarkan Langkah Polya. *Journal of Math Tadris*, 1(1), 40–54. <https://doi.org/10.55099/jurmat.v1i1.7>
- Feripadli, F., Nursalam, N., Sulasteri, S., & Suharti, S. (2021). Analisis Kesulitan Peserta Didik Dalam Menyelesaikan Soal-

- Soal Pokok Bahasan Garis Singgung Lingkaran. *Al Asma : Journal of Islamic Education*, 3(2), 232. <https://doi.org/10.24252/asma.v3i2.24426>
- Khasanah, M., Utami, R. E., & Rasiman, R. (2020). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa SMA Berdasarkan Gender. *Imajiner: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 2(5), 347–354. <https://doi.org/10.26877/imajiner.v2i5.6517>
- Lestari, I., & Luritawaty, I. P. (2021). Peningkatan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa dengan Model Think Pair Share dan Problem Based Learning. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 353–362. <https://doi.org/10.31980/plusminus.v1i2.1267>
- Magdalena, M., Zagoto, & Dakhi, O. (2018). *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Peminatan Berbaris Pendekatan Saintifik Untuk Siswa Kelas XI Sekolah Menengah Atas. 1*, 157–170.
- Nur Saifanah, S., & Sylviana Zanthi, L. (2020). Analisis Kesalahan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal pada Materi Lingkaran. *Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 5(1), 65–75.
- Ristiani, A., & Maryati, I. (2022). Kemampuan representasi matematis dan self-esteem siswa pada materi statistika. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika: PowerMathEdu*, 1(1), 37–46. <https://doi.org/10.31980/powermathedu.v1i1.1914>
- Siagian, M. D. (2016). Kemampuan koneksi matematik dalam pembelajaran matematika. *MES: Journal of Mathematics Education and Science*, 2(1), 58–67.
- Sidik, G. A., & Sudiana, R. (2023). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa SMP Kelas VIII Berdasarkan Teori Pirie-Kieren. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(3), 2405–2419. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i3.2081>
- Sugito, I., & Aini, I. N. (2020). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa Kelas VIII Pada Materi Aljabar. *Prosiding Sesiomadika*, 2(1b), 538–545.
- Suhartini, & Nufus, H. (2021). the Effect of Implementing a Direct Learning Model With Geogebra Software Toward Students' Mathematic Concept Comprehension Ability Derived From Their Self-Efficacy. *Jurnal Prinsip Pendidikan Matematika*, 4(1), 26–34. <https://doi.org/10.33578/prinsip.v4i1.99>
- Suindayati, S., Nur Afifah, D. S., & Sukwatus Suja'i, I. (2019). Teori Pirie-Kieren: Lapisan Pemahaman Siswa Smp Berkemampuan Matematika Tinggi Dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang. *MaPan*, 7(2), 211–228. <https://doi.org/10.24252/mapan.2019v7n2a4>
- Suryani, I., & Mulyani, R. (2019). Penerapan Model Pembelajaran Heuristic Vee terhadap Peningkatan Pemahaman Konsep Siswa Pada Materi Fluida Statis. *Journal of Natural Science and Integration*, 2(2), 52. <https://doi.org/10.24014/jnsi.v2i2.7885>
- Utami, T. L., Syamsuri, & Ihsanudin. (2021). Karakteristik Kemampuan Menyajikan Konsep Dalam Berbagai Bentuk Representasi Matematis Pada Siswa SMP Berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. 9(1), 28–40. <https://doi.org/10.25273/jems.v9i1.8580>
- Wicaksono, F. E., Utami, R. E., & Purwati, H.

(2023). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Pada Materi Statistika Berdasarkan Teori Apos Ditinjau Dari Gaya Kognitif Reflektif Dan Impulsif. *JIPMat*, 8(2), 236–247. <https://doi.org/10.26877/jipmat.v8i2.15829>

Wulan, E. R., Rofiqoh, I., Saidah, Z. N., & Puspitasari, D. (2021). Fun with SPLDV: Multimedia Lectora Inspire Menguatkan Pemahaman Konsep Matematika Siswa. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 6(2), 83–98. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2021.6.2.83-98>